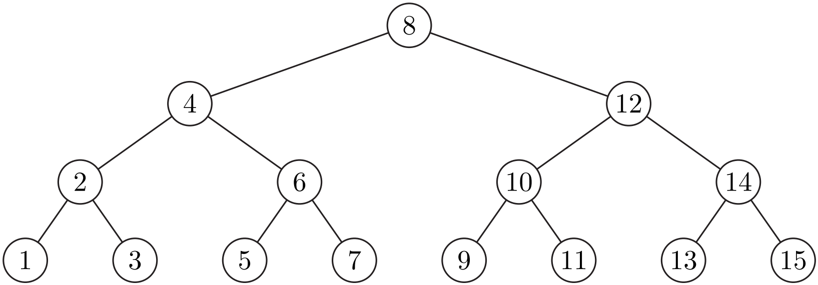
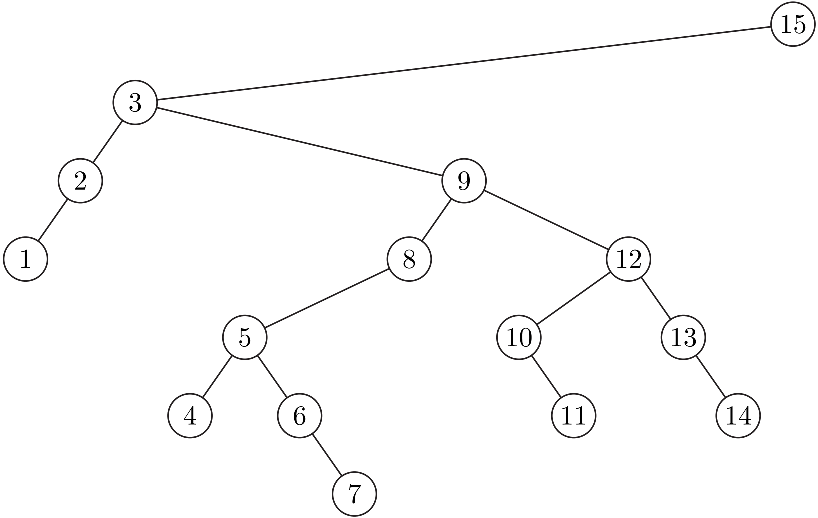
Lenivé (scapegoat) stromy

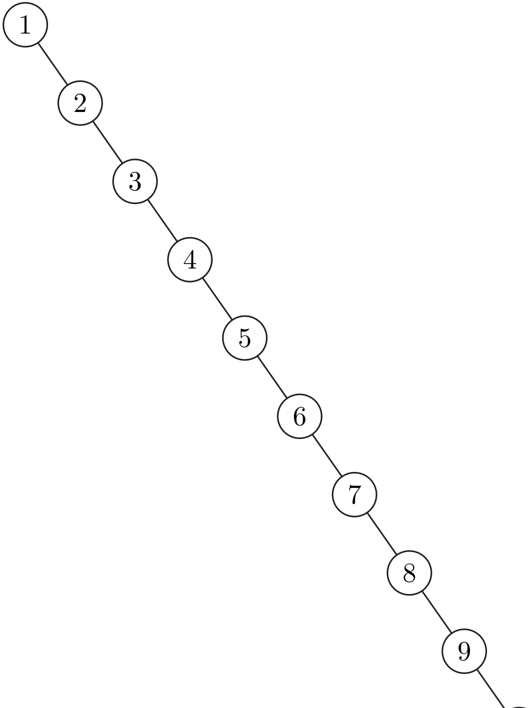
kuko

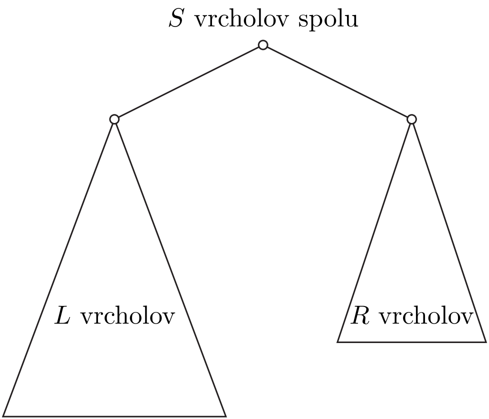
29.9.2020

Vybrané partie z dátových štruktúr


8
4
12
2
6
10
14
1
3
5
7
9
11
13
15


15
3
2
9
1
8
12
5
10
13
4
6
11
14
7

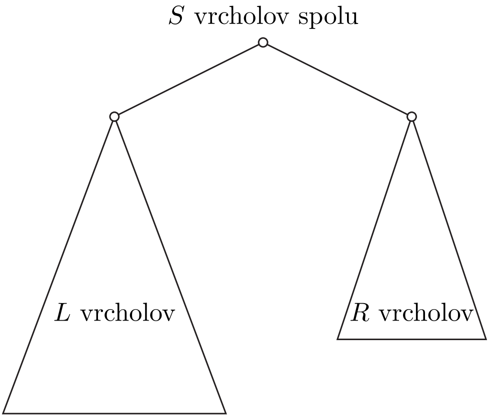

1
2
3
4
5
6
7
8
9



$$L \leq \frac{2}{3} \cdot S \quad \text{a} \quad R \leq \frac{2}{3} \cdot S$$

$$R \geq \frac{1}{3} \cdot S - 1 \quad \text{a} \quad L \geq \frac{1}{3} \cdot S - 1$$

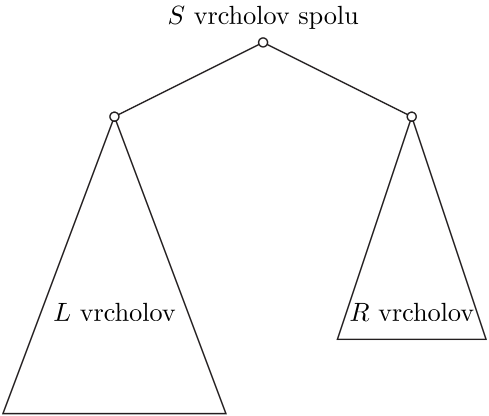
$$L \leq 2 \cdot R + 2 \quad \text{a} \quad R \leq 2 \cdot L + 2$$



$$L \leq \frac{2}{3} \cdot S \quad \text{a} \quad R \leq \frac{2}{3} \cdot S$$

$$R \geq \frac{1}{3} \cdot S - 1 \quad \text{a} \quad L \geq \frac{1}{3} \cdot S - 1$$

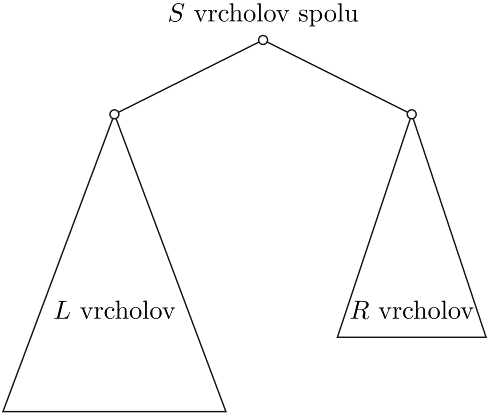
$$L \leq 2 \cdot R + 2 \quad \text{a} \quad R \leq 2 \cdot L + 2$$



$$L \leq \frac{2}{3} \cdot S \qquad \text{a} \qquad R \leq \frac{2}{3} \cdot S$$

$$R \geq \frac{1}{3} \cdot S - 1 \qquad \text{a} \qquad L \geq \frac{1}{3} \cdot S - 1$$

$$L \leq 2 \cdot R + 2 \qquad \text{a} \qquad R \leq 2 \cdot L + 2$$



$$L \leq \frac{2}{3} \cdot S \qquad \text{a} \qquad R \leq \frac{2}{3} \cdot S$$

$$R \geq \frac{1}{3} \cdot S - 1 \qquad \text{a} \qquad L \geq \frac{1}{3} \cdot S - 1$$

$$L \leq 2 \cdot R + 2 \qquad \text{a} \qquad R \leq 2 \cdot L + 2$$

`insert(x)`

- vložíme x rovnako ako v obyčajnom BVS
- vyjdeme naspäť ku koreňu a prepočítame veľkosti podstromov
- ak je nejaký vrchol na ceste nevyvážený, vyberieme ten najvyšší a celý podstrom prebudujeme na perfektne vyvážený

N

$$N \cdot \frac{2}{3}$$

$$N \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$$

$$N \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$$

$$N \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^h$$

$$N \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^h \geq 1$$

$$N \geq \left(\frac{3}{2}\right)^h$$

$$\log_{3/2} N \geq h$$

$$\log_{3/2} N \approx 1.7 \log_2 N$$

$$N \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^h \geq 1$$

$$N \geq \left(\frac{3}{2}\right)^h$$

$$\log_{3/2} N \geq h$$

$$\log_{3/2} N \approx 1.7 \log_2 N$$

$$N \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^h \geq 1$$

$$N \geq \left(\frac{3}{2}\right)^h$$

$$\log_{3/2} N \geq h$$

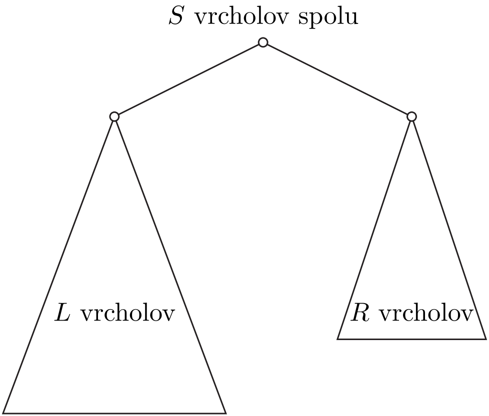
$$\log_{3/2} N \approx 1.7 \log_2 N$$

$$N \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^h \geq 1$$

$$N \geq \left(\frac{3}{2}\right)^h$$

$$\log_{3/2} N \geq h$$

$$\log_{3/2} N \approx 1.7 \log_2 N$$



$$L \leq \alpha \cdot S \qquad \text{a} \qquad R \leq \alpha \cdot S$$

$$R \geq (1-\alpha) \cdot S - 1 \qquad \text{a} \qquad L \geq (1-\alpha) \cdot S - 1$$

$$L \leq \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot (R+1) \qquad \text{a} \qquad R \leq \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot (L+1)$$

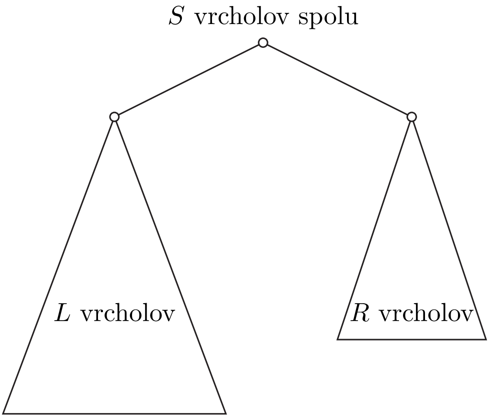
$$N \cdot \alpha^h \geq 1$$

$$N \geq (1/\alpha)^h$$

$$\log_{1/\alpha} N \geq h$$

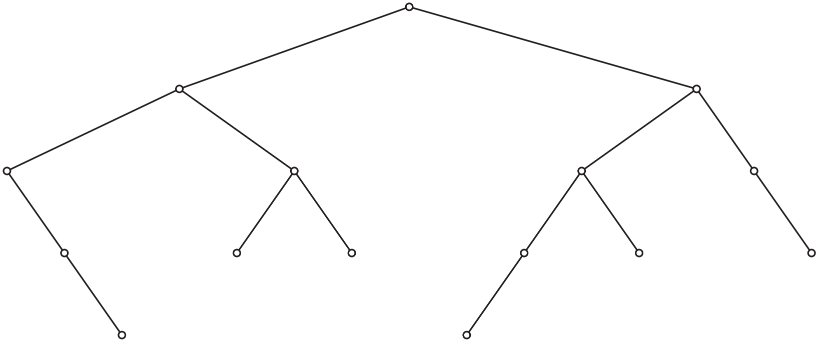
$$\log_{1/\alpha} N \approx \frac{1}{\log 1/\alpha} \log_2 N$$

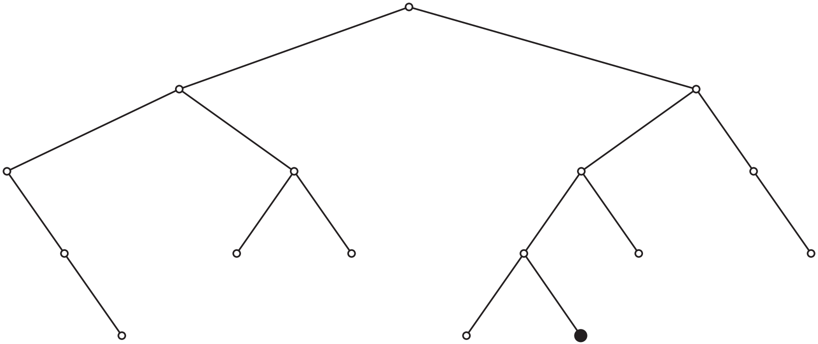
`insert` trvá $O(\log n)$ amortizovane

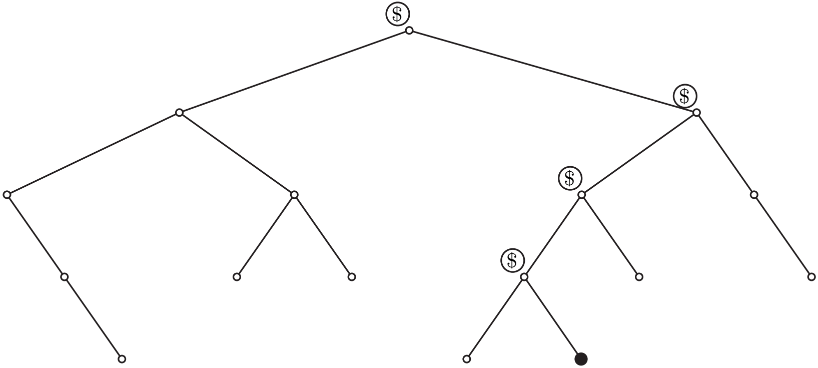


$$\Delta = |L - R|$$

INVARIANT: Každý vrchol bude mať našetrené aspoň $\Delta - 1$\$.

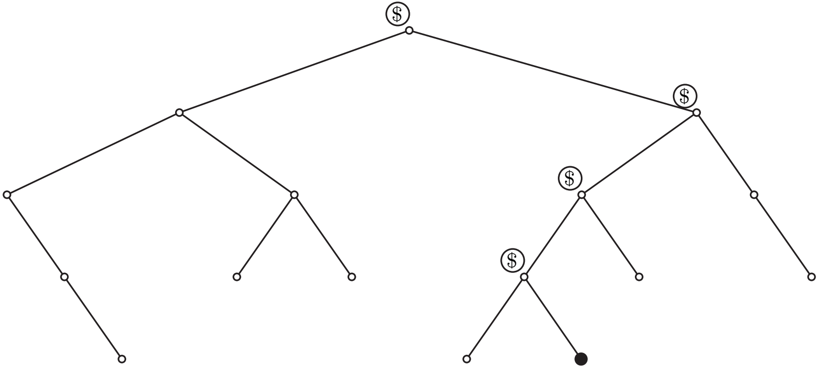






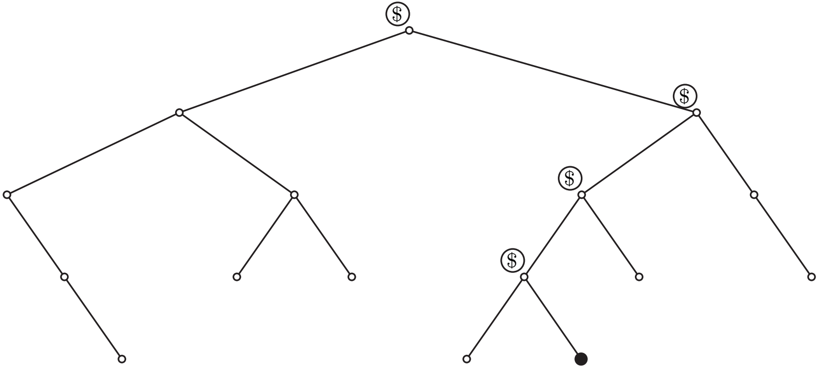
Na každý `insert` stačí $2 \log_{3/2} N\$$:

- $\log_{3/2} N\$$ zaplatí pridanie
- $\log_{3/2} N\$$ si ušetríme na neskôr



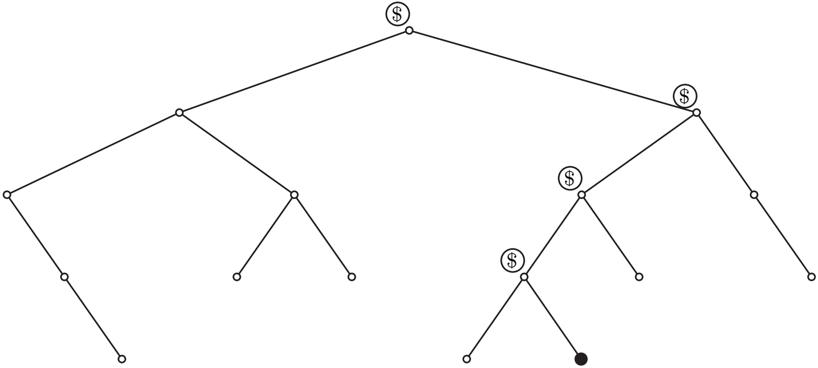
Na každý `insert` stačí $2\log_{3/2} N\$$:

- $\log_{3/2} N\$$ zaplatí pridanie
- $\log_{3/2} N\$$ si ušetríme na neskôr



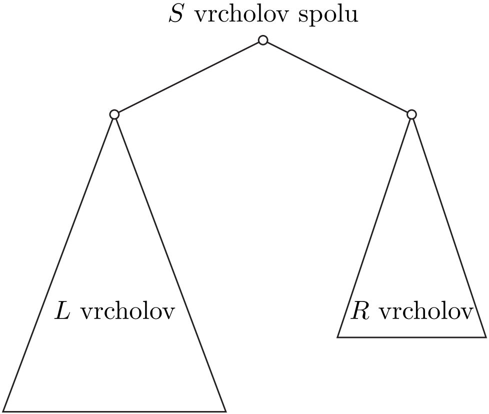
Na každý `insert` stačí $2 \log_{3/2} N\$$:

- $\log_{3/2} N\$$ zaplatí pridanie
- $\log_{3/2} N\$$ si ušetríme na neskôr

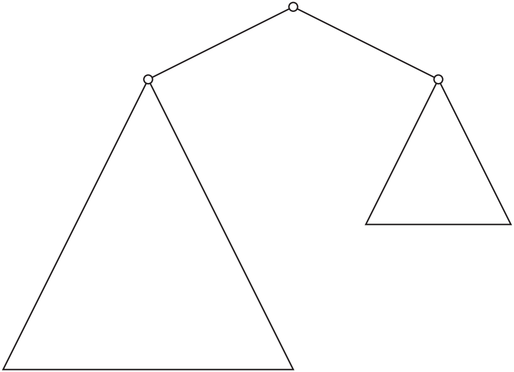


Na každý `insert` stačí $2\log_{3/2} N\$$:

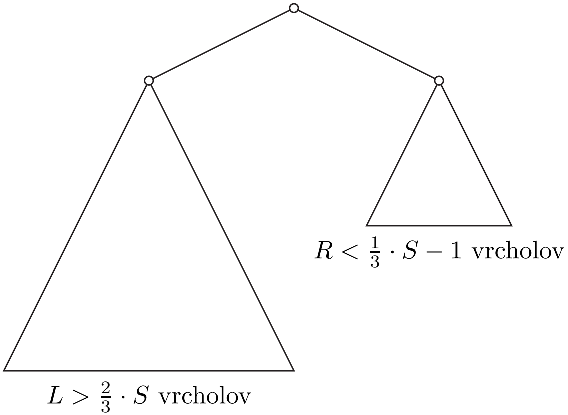
- $\log_{3/2} N\$$ zaplatí pridanie
- $\log_{3/2} N\$$ si ušetríme na neskôr

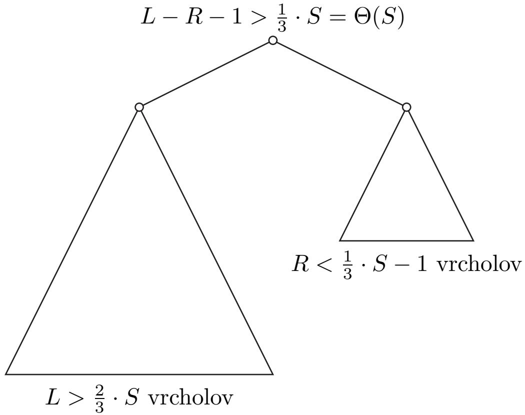


INVARIANT: Každý vrchol bude mať našetrené $\max(|L - R| - 1, 0)$\$, kde L je počet vrcholov v ľavom a R počet vrcholov v pravom podstrome.



$L > \frac{2}{3} \cdot S$ vrcholov


$R < \frac{1}{3} \cdot S - 1$ vrcholov
$L > \frac{2}{3} \cdot S$ vrcholov


$L - R - 1 > \frac{1}{3} \cdot S = \Theta(S)$
$R < \frac{1}{3} \cdot S - 1$ vrcholov
$L > \frac{2}{3} \cdot S$ vrcholov

$$\frac{1}{3}S\,\$ \quad \Longleftrightarrow \quad O(S)$$

$$\frac{1}{3}\$ \quad \Longleftrightarrow \quad O(1)$$

$$I \leq c \cdot S \quad \Longrightarrow \quad 1\$ \geq 3c$$

$$\frac{1}{3}S\,\$ \quad \Longleftrightarrow \quad O(S)$$

$$\frac{1}{3}\$ \quad \Longleftrightarrow \quad O(1)$$

$$I \leq c \cdot S \quad \Longrightarrow \quad 1\$ \geq 3c$$

$$\frac{1}{3} S\,\$ \quad \Longleftrightarrow \quad O(S)$$

$$\frac{1}{3}\$ \quad \Longleftrightarrow \quad O(1)$$

$$I \leq c \cdot S \quad \Longrightarrow \quad 1\$ \geq 3c$$

- `delete`: jednoducho označíme vrchol ako vymazaný
- ak je počet vymazaných vrcholov $> N/2$, prebudujeme celý strom (pričom povyhadzujeme označené vrcholy)

- `delete`: jednoducho označíme vrchol ako vymazaný
- ak je počet vymazaných vrcholov $> N/2$, prebudujeme celý strom (pričom povyhadzujeme označené vrcholy)

Na `delete` nám stačí $\log N + 1$\$:

- $\log N$\$ zaplatí nájdenie a označenie vrcholu
- 1\$ si dáme do prasiatka

Na `delete` nám stačí $\log N + 1\$$:

- $\log N\$$ zaplatí nájdenie a označenie vrcholu
- 1\$ si dáme do prasiatka

Na `delete` nám stačí $\log N + 1\$$:

- $\log N\$$ zaplatí nájdenie a označenie vrcholu
- 1$ si dáme do prasiatka

INVARIANT: Strom s D vymazanými vrcholmi
má našetrených D\$.

Ak máme polovicu vrcholov vymazaných,

- strom má našetrených $N/2$\$
- tým zaplatíme $O(N)$ času na prebudovanie celého stromu

INVARIANT: Strom s D vymazanými vrcholmi má našetrených D\$.

Ak máme polovicu vrcholov vymazaných,

- strom má našetrených $N/2$\$
- tým zaplatíme $O(N)$ času na prebudovanie celého stromu

INVARIANT: Strom s D vymazanými vrcholmi
má našetrených D\$.

Ak máme polovicu vrcholov vymazaných,

- strom má našetrených $N/2$\$
- tým zaplatíme $O(N)$ času na prebudovanie celého stromu

INVARIANT: Strom s D vymazanými vrcholmi
má našetrených D\$.

Ak máme polovicu vrcholov vymazaných,

- strom má našetrených $N/2$\$
- tým zaplatíme $O(N)$ času na prebudovanie celého stromu

`find`	$O(\log n)$
`insert`	$O(\log n)$ amort.
`delete`	$O(\log n)$ amort.

- N je počet vrcholov (vrátane vymazaných)
- zložitosť však určujeme v závislosti od skutočného počtu prvkov v strome $n = N - D$
- ale $N \leq 2n$ a teda výška je najviac $\log_{3/2}(2n) = \log_{3/2} n + O(1)$