Fibonacciho halda

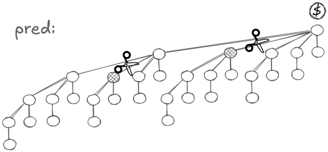
kuko

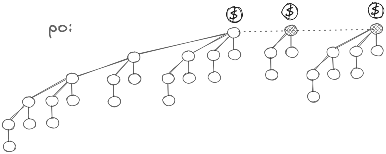
8.10.2025

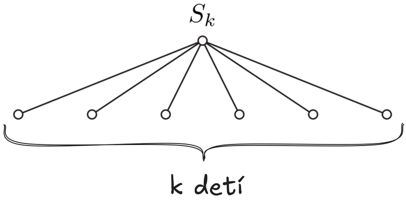
Vybrané partie z dátových štruktúr

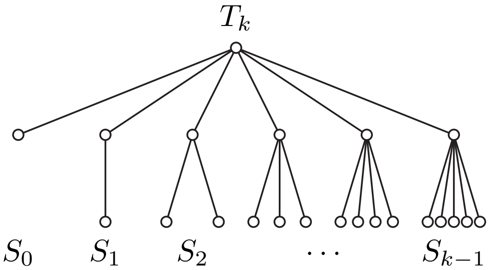
	binom. halda	lenivá bin. halda	
merge	$O(\log n)$	$O(1)$ am.	$O(1)$ am.
insert	$O(\log n)$	$O(1)$ am.	$O(1)$ am.
extract-min	$O(\log n)$	$O(\log n)$ am.	$O(\log n)$ am.
decrease-key	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(1)$ am.

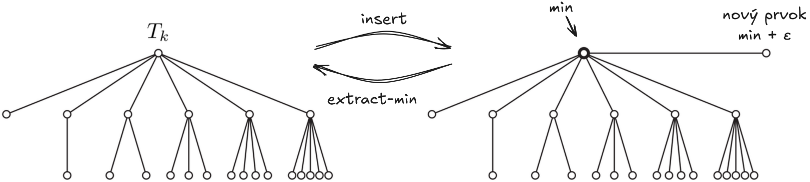
	binom. halda	lenivá bin. halda	Fibonacciho halda
merge	$O(\log n)$	$O(1)$ am.	$O(1)$ am.
insert	$O(\log n)$	$O(1)$ am.	$O(1)$ am.
extract-min	$O(\log n)$	$O(\log n)$ am.	$O(\log n)$ am.
decrease-key	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(1)$ am.

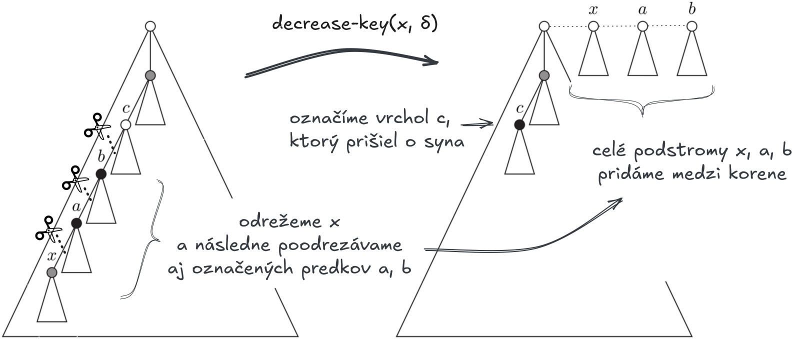

pred:


po:


S_k
k detí

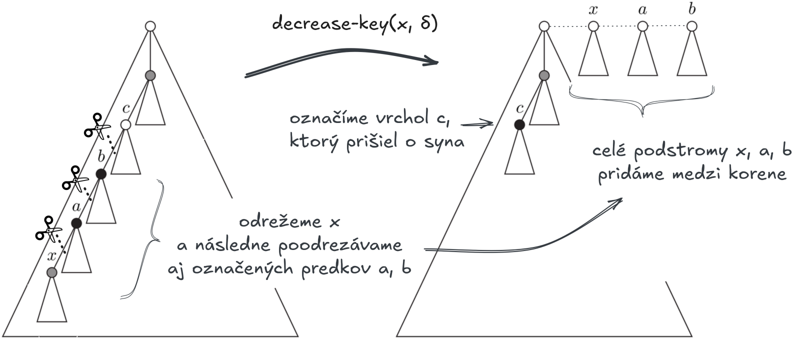

T_k
S_0
S_1
S_2
$\cdots$
S_{k-1}


T_k
insert
extract-min
min
nový prvok
min + ε



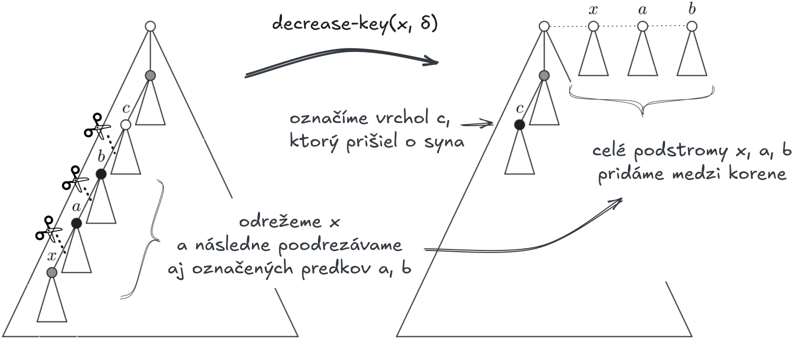
INVARIANT: každý označený vrchol, ktorý prišiel o syna, má nasporené 2$

na decrease-key stačia 4$:



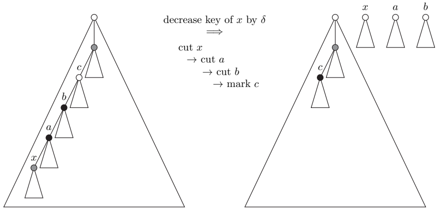
INVARIANT: každý označený vrchol, ktorý prišiel o syna, má nasporené 2$

na decrease-key stačia 4$:



INVARIANT: každý označený vrchol, ktorý prišiel o syna, má nasporené 2$

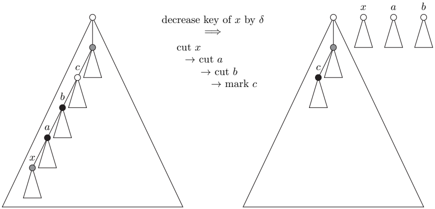
na `decrease-key` stačia 4$:



$$\Phi(H) = \#\text{koreňov} + 2 \times \#\text{označených vrcholov}$$

ak odrežeme k vrcholov, trvá to $O(k)$, ale potenciál klesne o $k-4$

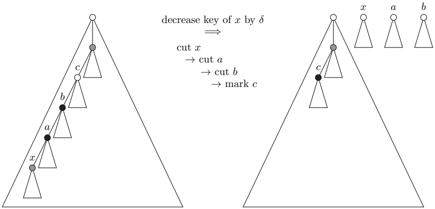
- $+k$ kvôli novým koreňom
- $-2 \times (k-1)$, lebo všetky okrem prvého koreňa boli označené a teraz nie sú
- $+2$ jeden označený na konci kaskády pribudol



$$\Phi(H) = \#\text{koreňov} + 2 \times \#\text{označených vrcholov}$$

ak odrežeme k vrcholov, trvá to $O(k)$, ale potenciál klesne o $k - 4$

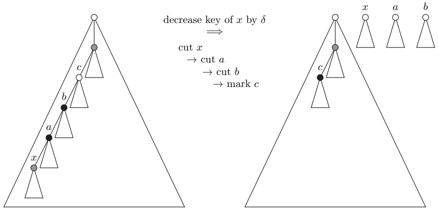
- $+k$ kvôli novým koreňom
- $-2 \times (k-1)$, lebo všetky okrem prvého koreňa boli označené a teraz nie sú
- $+2$ jeden označený na konci kaskády pribudol



$$\Phi(H) = \#\text{koreňov} + 2 \times \#\text{označených vrcholov}$$

ak odrežeme k vrcholov, trvá to $O(k)$, ale potenciál klesne o $k-4$

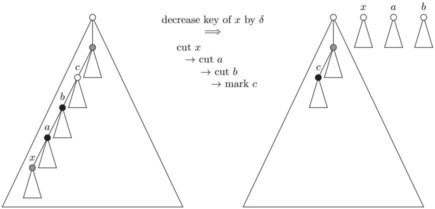
- $+k$ kvôli novým koreňom
- $-2 \times (k-1)$, lebo všetky okrem prvého koreňa boli označené a teraz nie sú
- $+2$ jeden označený na konci kaskády pribudol



$$\Phi(H) = \#\text{koreňov} + 2 \times \#\text{označených vrcholov}$$

ak odrežeme k vrcholov, trvá to $O(k)$, ale potenciál klesne o $k-4$

- $+k$ kvôli novým koreňom
- $-2\times(k-1)$, lebo všetky okrem prvého koreňa boli označené a teraz nie sú
- $+2$ jeden označený na konci kaskády pribudol



$$\Phi(H) = \#\text{koreňov} + 2 \times \#\text{označených vrcholov}$$

ak odrežeme k vrcholov, trvá to $O(k)$, ale potenciál klesne o $k-4$

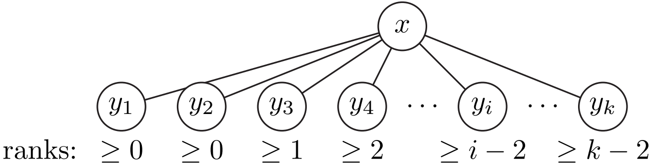
- $+k$ kvôli novým koreňom
- $-2\times(k-1)$, lebo všetky okrem prvého koreňa boli označené a teraz nie sú
- $+2$ jeden označený na konci kaskády pribudol

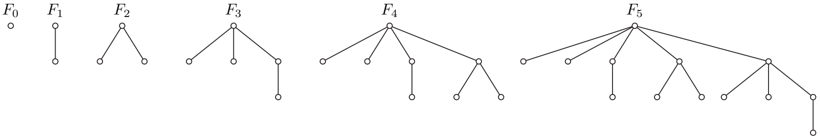
Veta

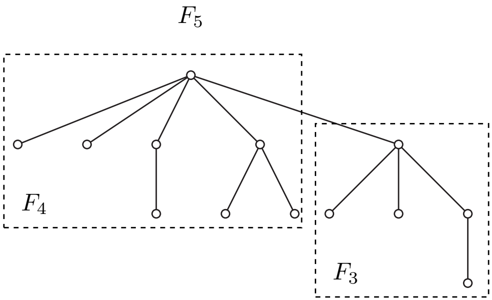
Nech $rank(v) = \#synov\ vrcholu$*.*
Pri takomto orezávaní bude mať vrchol s rankom k *exponenciálne veľa vrcholov v závislosti od* k*.*

Lema

Nech vrchol x má synov $y_1, \ldots, y_m$, ktorých sme označili v poradí, ako sa prilinkovali ku x; potom $\text{rank}(y_i) \geq i - 2$.




F_0
F_1
F_2
F_3
F_4
F_5


F_5
F_4
F_3

- veľkosť stromu s rankom k je aspoň $F_{k+1} \geq \phi^k$, kde $\phi \approx 1.618$
- $\Rightarrow$ maximálny rank je logaritmický
- $\Rightarrow$ každý koreň má najviac $O(\log n)$ synov a po uprataní ostane najviac $O(\log n)$ stromov

- veľkosť stromu s rankom k je aspoň $F_{k+1} \geq \phi^k$, kde $\phi \approx 1.618$
- $\Rightarrow$ maximálny rank je logaritmický
- $\Rightarrow$ každý koreň má najviac $O(\log n)$ synov a po uprataní ostane najviac $O(\log n)$ stromov

- veľkosť stromu s rankom k je aspoň $F_{k+1} \geq \phi^k$, kde $\phi \approx 1.618$
- $\Rightarrow$ maximálny rank je logaritmický
- $\Rightarrow$ každý koreň má najviac $O(\log n)$ synov a po uprataní ostane najviac $O(\log n)$ stromov